

# A légköri vízpára térbeli modellezése GNSS észlelések alapján tomografikus eljárással

Turák Bence<sup>1</sup>, Khaldi Abir<sup>1</sup>, Rózsa Szabolcs<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Építőmérnöki Kar, Általános- és Felsőgeodézia Tanszék

E-mail: turak.bence@emk.bme.hu

[DOI: 10.30921/GK.76.2024.5-6.1](https://doi.org/10.30921/GK.76.2024.5-6.1)

## Absztrakt

A földmérési gyakorlatban már több évtizede használjuk a permanens GNSS-állomásokat a nagy pontosságú helymeghatározási feladatainkhoz. Ismeretes, hogy a GNSS-észlelések alapvető mérési eredménye, a műhold–vevő távolság számos szabályos hibával terhelt. A pálya és órahibák mellett a jelterjedéshez kapcsolódó hibák, különösen az ionoszféra és a troposzféra sebességmódosító hatása terheli még a permanens állomások méréseit is. Megfelelő feldolgozási eljárással a troposzférikus késleltetés kivételével ezen hibák jelentős része kiküszöbölhető vagy hatásuk jelentősen csökkenthető. Az állomások koordinátáinak ismeretében azonban lehetőségünk nyílik a műhold–vevő távolságokat terhelő troposzférikus hatások meghatározására.

A troposzférikus hatások egyik összetevője a légköri vízpára mennyiségével áll kapcsolatban. Mivel a műhold–vevő vektorok a légkört számos helyen és különböző irányokban metszik, a számítógépes tomográfia eljárását alkalmazva a légköri vízpára térbeli eloszlására vonatkozóan nyerhetünk információt.

Cikkünkben egy olyan GNSS-feldolgozórendszert mutatunk be, amellyel óránként határozzuk meg a Kárpát-medencében a légköri vízgőzsűrűség térbeli eloszlását. Eredményeinket több rádiószonda-állomás észleléseivel vetjük össze. Az eredmények alapján látható, hogy a GNSS-adatokból nem csak a vertikálisan integrált vízgőztartalomra, hanem annak térbeli eloszlására vonatkozóan is nyerhetünk információt a GNSS-adatok feldolgozásával, ami új távlatokat nyithat meg a GNSS-észlelések meteorológiai felhasználása terén.

## Abstract

Permanent GNSS stations have been used for high-precision positioning tasks in surveying practice for several decades. It is known that the basic measurement result of GNSS observations, the satellite-receiver distance, is burdened with many regular errors. Besides track and clock errors, signal propagation errors like the ionosphere and troposphere also affect the measurements of permanent stations. However, by knowing the coordinates of the stations, we can determine the tropospheric effects affecting the satellite-receiver distances.

Tropospheric effects have a significant influence on the accuracy of satellite-receiver distances, especially those related to atmospheric water vapor. We can use this diversity to infer the spatial distribution of atmospheric water vapor because the satellite-receiver vectors travel through the atmosphere in various paths and directions. The utilization of a computerized tomography approach facilitates this inference.

This paper introduces a GNSS processing system that is used to determine the spatial distribution of atmospheric water vapor density in the Carpathian Basin every hour. The results are compared to observations from several radiosonde stations. The data analysis demonstrates that the GNSS data, not only provides information about the vertically integrated water vapor content but also about its spatial distribution. This capability presents new opportunities for the meteorological use of GNSS observations.

## 1. Bevezetés

A légköri vízgőztartalom (integrált vízgőztartalom, IWV) rendkívül fontos paraméter a légkör állapotának leírásához, hosszabb távon elemezve ennek változásait pedig értékes információkat nyerhetünk az éghajlat változásainak hatásairól. A légköri vízpára növekvő mennyisége hozzájárul az üvegházhatás erősödéséhez, ezáltal a globális felmelegedés intenzitását is növeli (R. Colman 2003, R. A. Colman 2015, Mile et al. 2019).

Nagymértékű hőtároló és hőközvetítő képességének köszönhetően jelentős szerepet tölt be az energiaszállításban. Az alacsony magasságban felmelegedő vízpára a magasabb légköri rétegekben kicsapódik, majd nagy mennyiségű hőt ad le (Oki et al. 2004). A jelentős mennyiségű légköri vízgőztartalom hozzájárul az intenzív csapadék kialakulásához. Mile et al. (2019) kimutatták, hogy a légköri nedvességtartalom GNSS-adatokkal történő becslése és az eredmények numerikus modellekben történő figyelembevétele (asszimilálása) előnyösen

hat a rövid távú csapadék és a légköri nedvességtartalom előrejelzések pontosságára, ezáltal javítja a heves zivatarok előrejelzését.

A globális műholdas helymeghatározó rendszer (GNSS), mint távérzékelő technológiát Bevis et al. (1992) javasolták először a légkör vízgőztartalmának meghatározására. Cikkükben kifejtik a troposzférikus késleltetés elméleti hátterét, kapcsolatát a légköri oszlopban található teljes vízgőz mennyiségével, azaz az integrált vízgőztartalommal, valamint bemutatják a GNSS-tomográfia alapjait. A légköri nedvesség bonyolult térbeli és időbeli eloszlással jellemezhető. Hagyományos mérési technológiákkal, melyek tér- és időbeli felbontása korlátozott – ilyen például a rádiószonda (RS) és a mikrohullámú radióméter (MWR) –, nehéz e változásokat nyomon követni (Wang et al, 2015). Ennek kiküszöbölésére Yao et al (2017) a globális műholdas helymeghatározó rendszer használatát javasolták, amely nagy időbeli felbontásra képes, időjárástól független, nagy pontosságú, olcsó és hosszú távú stabil működése is kiemelkedő (Yao et al. 2017, Zhang et al. 2018). GNSS mérésekkel képesek vagyunk a vevő feletti atmoszférikus oszlopban lévő vízgőz által okozott légköri késleltetés kimutatására, mely szorosan összefügg az integrált vízgőztartalommal (IWV) (Rózsa et al. 2012), azonban az integrált vízgőztartalom nem adja vissza a légköri vízgőztartalom függőleges eloszlását. A vízgőztartalom térbeli eloszlásának meghatározására a tomografikus rekonstrukció alapelvét alkalmazhatjuk. Segítségével első lépésként előállítható a légköri nedves refraktivitás térbeli eloszlása a műholdirányú, a GNSS-mérésekből meghatározott nedves troposzférikus késleltetés ismeretében (Flores et al. 2000, Peep et al. 2008, Tong et al. 2022). Ezen tanulmányok azt is megmutatják, hogy a tomografikus rekonstrukció jelentősen hozzájárult a csapadék-előrejelzés fejlődéséhez.

Jelen cikkben egy automatikus, közel valós idejű GNSS-feldolgozórendszert mutatunk be a légköri nedves refraktivitás és a nedvességtartalom meghatározására. A feldolgozás óras GNSS-észlelések alapján történik, meghatározva a troposzférikus késleltetéseket, valamint azok gradienseit. Ezeket felhasználva tomografikus rekonstrukció segítségével állítjuk elő a légkör háromdimenziós nedves refraktivitás modelljét, amely megmutatja a légkör vízgőztartalmának változásait mind vízszintes, mind pedig magassági értelemben. Ezen eredmények közvetlenül felhasználhatók numerikus időjáráselőrejelző modellekben is (Trzcina et al. 2020).

A cikk a következő szerkezetet követi. Először röviden összefoglaljuk a troposzféra GNSS-jelek terjedésére gyakorolt késleltető hatásának elméleti hátterét. Ezt követően a tomografikus rekonstrukció módszere kerül bemutatásra, végül egy esettanulmányon keresztül mutatjuk be az eljárás alkalmazását Közép-Európában.

## 2. A troposzféra hatása a GNSS-jelek terjedésére

A globális műholdas helymeghatározórendszer a műhold és vevő közötti távolság mérésével határozza meg a vevő 3D koordinátáit egy globális vonatkoztatási rendszerben a térbeli ívmetszés

segítségével. Mivel a távmérés az elektromágneses jelek terjedési idején alapszik, azt számos szabályos hiba terheli (Teunissen–Montenbruck, 2017). A geodéziai pontosságú helymeghatározásban a fázismérés elvét alkalmazzuk, amelynek közvetítő egyenlete:

$$\Phi_k^j = \rho_k^j - c\delta t_k + c\delta t^j + \lambda N_f^k + STD_f^k - I_f^k + v_f^k, \quad (1)$$

ahol

$\Phi_k^j$	az észlelt fázis,
$\rho_k^j$	a geometriai távolság a műhold és a vevő között,
$\delta t_k$	a vevőórahiba,
$\delta t^j$	a műholdórahiba,
$N_f^k$	a ciklus-többszámosság,
$STD_f^k$	a műholdirányú troposzférikus késleltetés,
$I_f^k$	a műholdirányú ionoszférikus hatás,
$v_f^k$	a véletlen hiba,
$\lambda$	a jel hullámhossza,
$c$	az elektromágneses hullám terjedési sebessége vákuumban.

Bár a fázismérésen alapuló távmérés számos hibával terhelt, ezek jelentős része eltávolítható a megfelelő feldolgozási módszer megválasztásával. A relatív helymeghatározás során a fázismérések kettős különbségének képzésével számítjuk ki a vevő koordinátáját. Ebben az esetben mind a műhold-, mind a vevőórahiba kiesik az egyenletekből. Kétfrekvenciás észlelések esetén, ionoszféramentes lineáris kombinációt használva az ionoszféra hatása szintén eltávolítható az egyenletekből. Permanens állomások észlelései esetén az állomások koordinátái is ismertek, így csupán a troposzférikus késleltetés ( $STD$ ) és ciklustöbbszámosság marad ismeretlen. A ciklustöbbszámosság megoldására számos megoldás létezik (Dach et al. 2015, Paláncz–Völgyesi 2020, Teunissen 1995), annak egész számként történő feloldását követően a műholdirányú troposzférikus késleltetés meghatározhatóvá válik.

A troposzférikus késleltetés mértéke erősen függ a légkör aktuális állapotától. Számos empirikus modell létezik a troposzférikus késleltetés meghatározására (Niell 1996, Rózsa 2014a, Saastamoinen 1972, 1973). A szabatos GNSS-feldolgozást végző szoftverek a földmérési gyakorlatban használt legtöbb kereskedelmi szoftverrel ellentétben, a légköri vízpára változékonysága miatt a troposzférikus késleltetés mértékét a koordinátákkal együtt ismeretlenként kezelik és paraméterként becslik. A troposzférikus késleltetés két részre bontható, a hidrosztatikus késleltetésre ( $SHD$ ), illetve a nedves késleltetésre ( $SWD$ ). Előbbi jelentős részben a száraz légköri tömeg okozza. Az atmoszféra vastagsága megközelítőleg 50 km, mely a légtömeg 99%-át tartalmazza. Mivel a száraz légkör tömegének térbeli és időbeli változékonysága alacsonyabb, ennek a hatását megbízhatóbban becsülhetjük empirikus modellek felhasználásával. A légkör nedvességtartalma okozta hatást troposzférikus nedves késleltetésnek nevezzük. A légköri nedvességtartalom a légkör legalsó, körülbelül 10 km vastag rétegére koncentrálódik. Meteorológiai értelemben a légkör ezen részét nevezzük troposzférának. Az e fölött elhelyezkedő

sztratoszféra vízgőztartalma elhanyagolható, ugyanakkor az itt elhelyezkedő „száraz” légköri molekulák még mindig számottevő hatást fejtenek ki a GNSS-jelek terjedésére (Rózsa 2014b). A nedves troposzférikus késleltetés mind térben, mind időben változékonyabb (Juni–Rózsa 2019, Rózsa et al. 2020), köszönhetően a légkör változatos nedvességeloszlásának. A szabatos GNSS-feldolgozó szoftverek az előbbieket miatt a troposzféra becslés során a hidrosztatikus késleltetésre felállított empirikus modelleket a priori modellként használják fel, és a nedves összetevő értékét a GNSS-észlelésekből becslik.

A troposzférikus késleltetés nagyságrendileg 2,3 méter a zenit irányában, melynek 90%-át a száraz légtömeg, 10%-át pedig a légköri nedvesség késleltető hatása okozza. A GNSS-mérések feldolgozása során nem közvetlenül a műholdirányú nedves késleltetést tekintjük meghatározandó paramétereknek, hanem azt az ún. zenitirányú késleltetés és a magassági szögtől való függést leíró leképezési függvény szorzataként állítjuk elő:

$$STD = SHD + SWD = ZHD * m_h(e) + ZWD * m_w(e), \quad (2)$$

Ahol  $STD$  a műholdirányú troposzférikus késleltetés,  $SHD$  és  $SWD$  a műholdirányú hidrosztatikus, illetve nedves késleltetés,  $ZHD$  és  $ZWD$  a zenitirányú hidrosztatikus, illetve nedves késleltetés, valamint  $m_h(e)$  és  $m_w(e)$  a hidrosztatikus és nedves leképezési függvény értéke a műhold magassági szöge függvényében.

Számos leképezési függvény használható a műholdirányú troposzférikus késleltetés számítására (Qiu et al. 2020). Ezeket a függvényeket többek között általános légköri modellekből, rádiószonda-profilokból, illetve historikus numerikus időjárási modelladatokból vezették le. Ezek mindegyike azzal a feltételezéssel él, hogy a légkör szerkezete a hosszú távú mérések középértékének felel meg, ami kétségtelenül korlátozza ezen modellek pontosságát.

A közelmúltban a Bécsi Műszaki Egyetem, Geodézia és Térinformatika Tanszékén dolgoztak ki egy olyan módszert, amellyel lehetséges a zenitirányú késleltetések, valamint a leképezési függvény együtthatóinak rendszeres becslése az időjáráselőrejelző modellek eredményeinek felhasználásával. A VMF1 FC (Vienna Mapping Function – Forecast) a Niell-féle leképezési függvényalakot használja, de az abban szereplő három együttható egy részét a sugárkövetéses technológiát felhasználva állítják elő az ECMWF-modellek (The European Centre for Medium-Range Weather Forecasts – az Európai Középtávú Időjárás Előrejelző Központ) előrejelzései alapján (Boehm et al. 2006, Dach et al. 2015, Re3data.Org: VMF Data Server; Editing Status 2020-12-14 2020). Megjegyezzük, hogy nagy felbontású regionális időjárási modellekre e modellt Juni et al. (2022) továbbfejlesztették. A levezetett paraméterek ismeretében a leképezési függvény értéke a következő módon számítható:

$$m(e) = \frac{1 + \frac{a}{b}}{\sin e + \frac{a}{\sin e + c}}, \quad (3)$$

Ahol  $e$  a műhold magassági szöge,  $a$  paraméter az ECMWF segítségével a Bécsi Műszaki Egyetemen becsült paraméter, mely egy globális rácsháló segítségével a Föld teljes felszínére számítható mind hidrosztatikus, mind nedves esetben. A  $b$  és  $c$  paraméterek adottak, ezek értéke nedves esetben  $b_w = 0,00146$  és  $c_w = 0,04391$

Habár a VMF1 leképezési függvény együtthatói numerikus időjárásmodell alapján lettek meghatározva, annak térbeli felbontása igen ritka, és a légkör anizotrop tulajdonságát figyelmen kívül hagyja. Ezért a fent említett leképezési függvényt (3) ki kell egészíteni ennek az anizotropiának a figyelembevételével, amelyet legtöbb esetben a légköri frontok okoznak. Az alkalmazott módszer feltételezi, hogy a légköri rétegek ferde síkként írhatók le. Ezen ferde síkok gradienseinek ismeretében a műholdirányú nedves késleltetés a következő egyenlettel számítható:

$$SWD = ZWD * m(e) + ZWD * \frac{\partial m}{\partial e} * x * \cos \alpha + ZWD * \frac{\partial m}{\partial e} * y * \sin \alpha, \quad (4)$$

ahol

$x$	a troposzférikus réteg dőlése észak–dél irányban
$y$	a troposzférikus réteg dőlése kelet–nyugat irányban
$\alpha$	a GNSS-jel azimutja a vevőtől a műhold irányába
$e$	a GNSS-jel magassági szöge a vevőtől a műhold felé

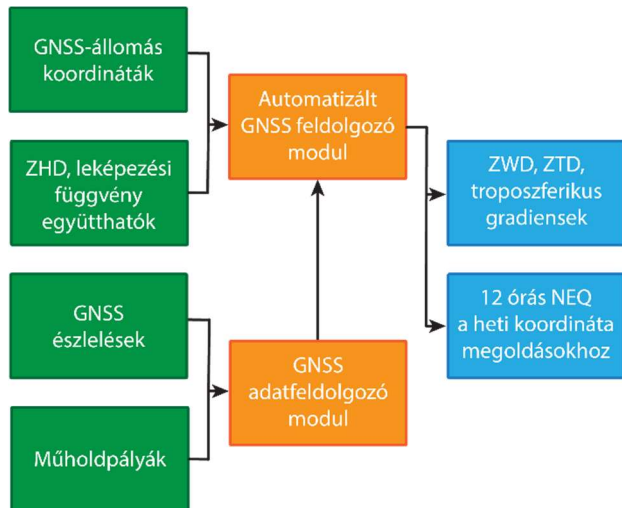
Mivel a műholdirányú hidrosztatikus késleltetés ( $SHD$ ) a teljes troposzférikus késleltetés ( $STD$ ) jelentős részét kiteszi és könnyen számítható a légnyomás függvényeként, a VMF1 hidrosztatikus késleltetést és annak leképezési függvényét használjuk a priori értéként a teljes műholdirányú késleltetés meghatározásához. A nedves összetevő leképezési függvényének ismeretében a közvetítőegyenletek segítségével a GNSS-mérésekből kiszámítható a zenitirányú nedves késleltetés, amelyből a (4) egyenlettel visszaállíthatjuk a műholdirányú nedves késleltetés értékét.

### 3. Közel valós idejű GNSS-feldolgozórendszer

Az előző fejezetben a troposzférikus késleltetés GNSS-észlelések alapján történő becslésének háttérét mutattuk be. A troposzféra közel valós idejű becsléséhez maximum 1-1,5 óra késleltetéssel kell előállítanunk a troposzférikus késleltetéseket, emiatt valós idejű vagy előre jelzett műholdpálya és óraadatokat kell használnunk. Bár a Nemzetközi GNSS Szolgálat (IGS) biztosít ultra-rapid pályamegoldásokat (Dow et al. 2009), ezek csupán GPS pályamegoldásokat tartalmaznak. Mivel az általunk feldolgozott GNSS-hálózatok állomásai mind a GPS, GLONASS és a Galileo rendszerek műholdjait észlelték, ezért a Berni Egyetemen működő Európai Pályameghatározási Központ (CODE) ultra-rapid pályamegoldását használtuk fel (Lutz et al. 2014). Megjegyezzük, hogy bár az állomások a kínai Beidou rendszer észleléseit is elvégezték, a CODE-ban és a BME-n is jelenleg használt Bernese V5.2 GNSS szoftver (Dach et al. 2015) egyelőre csak az említett három műholdas navigációs rendszer

észleléseit tudja feldolgozni, így eredményeinket is e három konstelláció felhasználásával határoztuk meg.

A Bernese-szoftver előnye, hogy a feldolgozás könnyen automatizálható (Dach et al. 2015). A feldolgozás főbb lépéseit az 1. ábrán mutatjuk be.

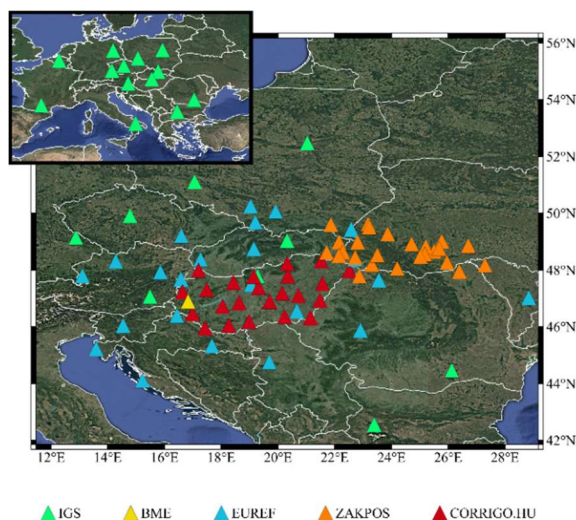


1. ábra Troposzférikus késleltetések becslésének folyamata

A légköri nedvességtartalom térbeli modelljének előállításához több permanens GNSS-állomáshálózat észleléseit használtuk fel, amelyek összesen 87 állomást tartalmaztak (2. ábra):

- IGS (Nemzetközi GNSS Szolgálat állomásai)
- EPN (EUREF Permanens Hálózat)
- CORRIGO.HU hálózat állomásai
- BME által fenntartott/üzemeltetett permanens állomások
- ZAKPOS (ukrán GNSS-korrekciós szolgáltató)

Megjegyezzük, hogy 2024-től egy különálló feldolgozóközpontban a GNSSNet.hu és a szlovén meteorológiai

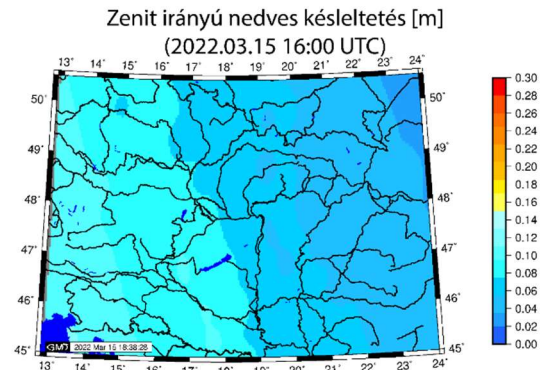


2. ábra A felhasznált GNSS-állomások

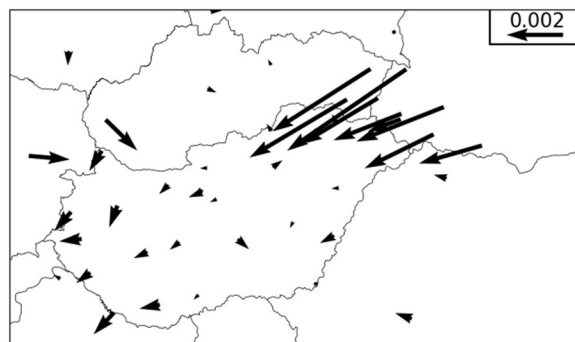
szolgálat megbízásából a szlovén GNSS adatokat is feldolgozzuk. E tanulmány azonban a fent említett adatok felhasználásával készült. Az állomások nem modellezett koordináta változásainak hatásának enyhítésére azok koordinátáit heti rendszerességgel újra becsljük. Első lépésben minden nap a két 12 órás egyenletrendszert egyesítve (UTC 00:00-11:59 és UTC 12:00-23:59 egyenletrendszerek), majd 7 naponta a napi normálegyenlet-rendszerek egyesítésével, majd megoldásával kapjuk a heti koordináta-megoldásokat a feldolgozásban részt vevő állomásokra a GPS hét végét követően. A következő GPS héten ezeket a koordinátákat tekintjük az állomások adott koordinátáinak.

Az 1. ábrán bemutatott folyamat eredményeképpen órák időbeli felbontással állítjuk elő az állomásokon a zenitirányú nedves késleltetéseket (*ZWD*) és a troposzférikus gradienseket. A kapott eredményeket egy adott epochában (2022.03.15 16:00 UTC) a 3. és 4. ábrán mutatjuk be. A zenitirányú troposzférikus késleltetéseket óránként továbbítjuk az Európai Meteorológiai Szolgálatok Hálózatának (EUMETNET) annak E-GVAP programján keresztül. Ezeket a paramétereket a HungaroMet Zrt. Rendszeresen beépíti a numerikus időjárás modelljeibe (Juni-Rózsa, 2018).

A tomografikus rekonstrukció már széleskörűen alkalmazott technológia a geofizikában (Lo et al. 1988, Nolet 1987) és a mérnöki gyakorlatban (Balázs et al. 2017, Lublój et al. 2015). Mivel a műholdirányú nedves késleltetések (*SWD*) kiszámíthatók



3. ábra Zenitirányú nedves késleltetés térkép [m]



4. ábra Troposzférikus gradiensek [-]

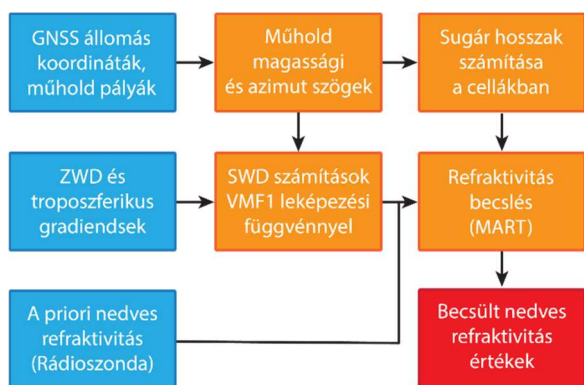
a zenitirányú nedves késleltetések és troposzférikus gradiensek függvényeként, a tomografikus rekonstrukció egyszerűen alkalmazható a nedves refraktivitás térbeli eloszlásának becslésére, melyből számítható a légköri vízgőz sűrűsége a hőmérsékletprofilok ismeretében.

A következő fejezetben azt mutatjuk be, hogy miként lehet a tomografikus rekonstrukció eszköztárát felhasználva a légköri nedves összetevője okozta refraktivitás térbeli modelljét előállítani.

### 3.1. A műholdirányú nedves késleltetések számítása

A troposzférikus késleltetés a műhold-vevő irányban a refraktivitás a sugárzott jel által megtett út mentén számított integráljaként határozható meg. A feladatot megfordítva, a troposzférikus késleltetések ismeretében a refraktivitás háromdimenziós modellje tomografikus úton rekonstruálható. Mivel a Bernese V5.2 GNSS szoftver nem ad lehetőséget a műholdirányú nedves késleltetés értékek közvetlen megismerésére (Dach et al. 2015), első lépésként azokat elő kell állítanunk a leképezési függvény-együtthatóinak, valamint a becsült ZWD értékek és troposzférikus gradiensek ismeretében (4. egyenlet). A konzisztens eredmények elérése érdekében ugyanazt a VMF1 leképezési függvényt alkalmaztuk a számítás során, amelyet a ZWD értékek becsléséhez is felhasználtunk a Bernese-szoftverrel való feldolgozás során (3. egyenlet).

A tomografikus algoritmus folyamatábrája az 5. ábrán látható. A műholdirányú nedves késleltetések számításához első lépésben a műholdak azimut és magassági szög értékeit határoztuk meg az egyes állomásokon a megadott epochában a földi GNSS-állomások koordinátái és a műholdpályák felhasználásával.



5. ábra A tomografikus rekonstrukció folyamatábrája

Ezt követően számíthatók a műholdirányú nedves késleltetés értékei a (4) egyenlet felhasználásával. Ezeket minden állomásról minden látható GPS, GLONASS és Galileo műholdra levezettük. A műholdirányú nedves késleltetések meghatározását követően rátérhetünk a tomografikus rekonstrukció módszerének ismertetésére.

### 3.2. A tomografikus rekonstrukció

A troposzférikus késleltetés a műhold irányában a refraktivitás integráljaként számítható a GNSS-jel által megtett út mentén:

$$STD = \int (n - 1) ds = 10^6 \int N ds, \quad (5)$$

Ahol  $n$  a törésmutató  $N$  a refraktivitás. A refraktivitás 30 GHz frekvencia alatt felbontható hidrosztatikus ( $N_H$ ), illetve nedves refraktivitásra ( $N_W$ ) (Smith–Weintraub, 1953):

$$N_T = N_H + N_W, \quad (6)$$

$$SWD = \int (n_w - 1) ds = 10^6 \int N_w ds, \quad (7)$$

A műholdirányú nedves késleltetések (SWD) ismeretében, a 7. egyenlet alkalmazva elvégezhetjük a troposzféra tomografikus rekonstrukcióját a nedves refraktivitás modell meghatározására. Ennek numerikus megoldásához egy háromdimenziós rácsot veszünk fel a vizsgálni kívánt területen. Mivel mind az állomás, mind a műhold koordinátái ismertek a sugár által az egyes cellákban (hasábokban, voxelekben), a megtett út hossza könnyedén számítható, ha a Föld felszínét a vizsgált területen sík felülettel közelítjük és ezáltal elhanyagoljuk a Föld görbületének hatását (6. ábra). Horváth et al. (2014) kimutatták, hogy a Föld görbületének elhanyagolását alkalmazva a troposzférikus késleltetésben okozott hiba nem haladja meg a 3%-ot, még alacsony magassági szögek esetén sem. Mindezt figyelembe véve egy egyenletrendszer állítható fel, amely tartalmaz minden egyes műholdirányú nedves késleltetés a vevőről a műhold irányába egy adott epochában a közel valós idejű GNSS-észlelések alapján:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n N_w^i l_{1,i} = 10^6 SWD_1 \\ \sum_{i=1}^n N_w^i l_{2,i} = 10^6 SWD_2 \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n N_w^i l_{m,i} = 10^6 SWD_m \end{cases}, \quad (8)$$

ahol

$N_w^i$  a nedves refraktivitás az  $i$ -edik cellában

$l_{k,i}$   $k$ -adik sugár által megtett út az  $i$ -edik cellában  $SWD_k$

$k$ -adik sugárra ható nedves késleltetés méter egységben

Vagy ugyanez mátrix alakban:

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \quad (9)$$

Ahol az  $\mathbf{A}$  alakmátrix tartalmazza a sugarak által megtett utat minden egyes cellában:

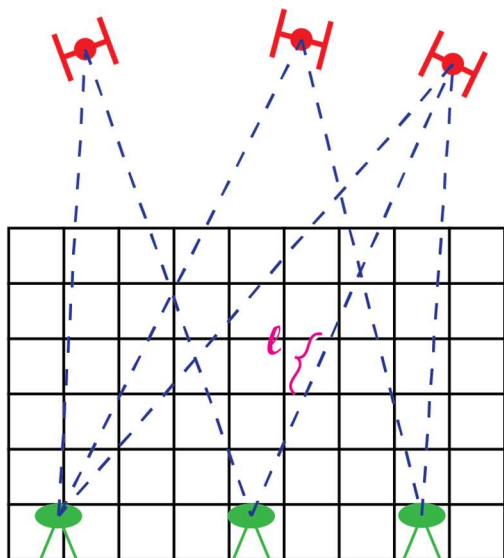
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} l_{1,1} & l_{1,2} & \cdots & l_{1,n} \\ l_{2,1} & l_{2,2} & \cdots & l_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{m,1} & l_{m,2} & \cdots & l_{m,n} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$\mathbf{b}$  vektor tartalmazza a számított műholdirányú nedves késleltetések értékét:

$$\mathbf{b} = 10^6 \begin{bmatrix} SWD_1 \\ SWD_2 \\ \vdots \\ SWD_m \end{bmatrix}, \quad (11)$$

és  $\mathbf{x}$  az ismeretlen paraméterek vektora, mely az egyes cellák nedves refraktivitását tartalmazza:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} N_w^1 \\ N_w^2 \\ \vdots \\ N_w^m \end{bmatrix}, \quad (12)$$



6. ábra A tomografikus rekonstrukció során alkalmazott térbeli rács sematikus ábrája

Habár a sugarak száma rendre meghaladja az ismeretlenek számát az egyenletrendszer minden esetben szinguláris lesz, mivel egyetlen sugár a cellák csak egy igen kis részén halad keresztül. Különösen a vizsgált terület széleinél maradhatnak olyan cellák, amelyekre egyetlen sugár sem halad át. Ahhoz, hogy elkerüljük az egyenletrendszer szingularitását és így megoldhatóvá tegyük azt a legkisebb négyzetek módszerével, ezen nulla értékű cellák kiszűrésre kerülhetnek (Valyon–Horváth, 2007).

Ebben a cikkben egy eltérő megközelítést alkalmaztunk az egyenletrendszer megoldására. Ez a megoldás a multiplikatív algebrai rekonstrukciós technika (MART). Ez a módszer nem érzékeny a metszés nélküli cellákra, mivel az a priori értékekből kiindulva csupán azokat a cellaértékeket frissíti, melyek rendelkeznek metsző sugarakkal. A nem metszett cellák refraktivitás értékei a rekonstrukciót követően meg fognak egyezni azok a priori értékeivel.

### 3.3. A multiplikatív algebrai rekonstrukciós technika

Az algebrai rekonstrukciós technikák (ART) iteratív eljárások, amelyek alkalmasak a tomográfia során felállított egyenletrendszerek megoldására (Bender et al. 2011). A módszer alapelve, hogy a 3D modellen áthaladó egyenes menti

integrálként számítja a késleltetések nagyságát, amelyet összehasonlítva GNSS-észlelésekből számított késleltetésekkel javításokat határozhatunk meg, ezzel pontosítva a refraktivitás modellt.

A klasszikus ART algoritmus nem optimális a refraktivitás modell rekonstrukciójára, mivel annak végeredménye negatív értékeket is felvehet, hiszen a javítások akár negatív értéket is felvehetnek. Ennek elkerülésére választottuk a MART eljárást. A MART algoritmus a műhold-vevő vektor által metszett voxelek refraktivitásértékeit nem additív javítással, hanem egy multiplikatív skálátényezővel változtatja meg. Ily módon mindig megőrzi a késleltetés nem negatív jellegét:

$$x_k^j = x_{k-1}^j \left( \frac{b_i}{\langle A_i, x \rangle} \right)^\theta, \quad k = 1 \rightarrow \infty \quad (13)$$

ahol

- $i$  az észlelt GNSS-jel száma
- $j$  az ismeretlen paraméter száma
- $A_i$  az  $i$ -edik GNSS-jel, a modell egyes celláin keresztül megtett útjának hossza
- $b_i$  az  $i$ -edik GNSS-jel terhelő ferde nedves késleltetés értéke
- $k$  az iterációk száma
- $x_k^j$  a nedves refraktivitás értéke a  $j$ -edik cellában a  $k$ -edik iteráció után
- $\theta$  a következőképpen van meghatározva:

$$\theta = \frac{\lambda A_i}{\langle A_i, A_i \rangle}, \quad (14)$$

ahol  $\lambda$  a relaxációs paraméter. Értékének növelésével a rekonstrukció konvergenciájának gyorsasága növelhető. Alapértelmezett esetben  $\lambda$  értéke 1. Magasabb érték megválasztásával az iterációs lépések száma csökkenthető, azonban túl magas érték megválasztásával túl nagy korrekciók történnek az egyes lépésekben. Ez konvergencia helyett az ismeretlen paraméterek oszcillációjához vezet és soha nem biztosít megfelelő megoldást az egyenletrendszernek.

Az iterációs folyamat akkor áll meg, ha az ismeretlen paraméterekben történt maximális változás nem haladja meg az előre definiált  $\varepsilon$  küszöbértéket:

$$\max_j \left| \frac{x_k^j - x_{k-1}^j}{x_k^j} \right| < \varepsilon. \quad (15)$$

### 3.4. Durva hibák szűrése

Mivel a MART algoritmus a legkisebb négyzetek módszerével ellentétben nem szolgál semmilyen információval a meghatározott paraméterek megbízhatóságáról, biztosítanunk kell, hogy az egyenletbe bemenő paraméterek ( $SWD$ ) között nem található durva hibás értékek. Ezen durva hibás értékek detektálására kétféle durvahiba szűrés eljárást alkalmaztunk. Az első módszer esetén lineáris regressziós összefüggést állítunk fel az eredeti, GNSS-észlelésekből számított, valamint a tomografikus rekonstrukció után számított  $SWD$  értékekre. A

regressziós egyenestől jelentősen eltérő értékek a feltételezhetően durva hibás *SWD* értékeket jelzik. Ezek eltávolítása után a tomográfia ismételt elvégzését követően újra elvégezzük a további durva hibák szűrését. Ismételjük ezt mindaddig, míg egyetlen durva hibás értéket sem találunk az *SWD* értékek között.

A bemutatott módszer hátránya, hogy figyelmen kívül hagyja a számított *SWD* érték bizonytalansága és az adott műhold magassági szöge közötti összefüggést. Ennek figyelembevételére egy másik módszert is kialakítottunk, mely az eredeti, illetve a rekonstrukcióból származó *SWD* értékek maradék ellentmondásai alapján szűri ki a durva hibás értékeket. A módszer egy küszöbértéket használ, mely a műhold magassági szögének függvényében változik. A következő alfejezetekben mindkét módszert részletesen bemutatjuk.

### 3.4.1. Regresszió alapú durva hiba szűrés

Ahhoz, hogy megtalálhassuk és kiszűrjünk a durva hibával terhelt *SWD* értékeket, a már előállított 3D nedves refraktivitás modellből vissza kell számolnunk az *SWD* értékeket. Ehhez a következő egyenletet használhatjuk:

$$SWD = Ax, \quad (16)$$

Ideális esetben a refraktivitás modellből számított *SWD* értékeknek meg kell egyeznie GNSS-észlelésekből kapott *SWD* értékekkel. Ennek megfelelően a lineáris regresszió során kapott egyenes az origón halad át és meredeksége 1.

Mivel az *SWD* értékeket véletlenszerű hibák terhelik, ez a feltételezés téves. Ahhoz, hogy megtaláljuk a kiugró értékeket, legkisebb négyzetek módszerével egyenest illesztünk az eredeti és a visszaállított *SWD* értékekből álló ponthalmazra és egy  $3\sigma$  tartományt hozunk létre az illesztett egyenes körül, ahol  $\sigma$  az illesztést követő maradék ellentmondások szórása. Azok a pontok, melyek a  $3\sigma$  tartományon kívül esnek durva hibásnak tekintjük és eltávolítjuk. A kiugró értékek eltávolítása után a tomografikus rekonstrukciót újra elvégezzük, majd durva hibák szűrését megismételjük. Ezeket a lépéseket mindaddig ismételjük, míg végül nem találunk kiugró maradék ellentmondást.

### 3.4.2. Előre definiált küszöbértéken alapuló durva hiba szűrés

A második módszer az eredeti és a rekonstrukcióból számított *SWD* értékek különbségeként számított maradék ellentmondásoknak szab egy maximális küszöbértéket. Figyelembe véve a troposzférikus késleltetések értékének és azok bizonytalanságának a magassági szögtől való függését, a küszöbértéket az alábbi összefüggéssel határoztuk meg:

$$Küszöb(e) = \frac{t}{\sin(e)}, \quad (17)$$

ahol

$t$  a küszöb minimum értéke a zenit irányában  
 $e$  magassági szög

Ahogy az előző alfejezetben is tettük, a tomografikus rekonstrukciót követően kiszámítjuk az *SWD* értékeket a nedves refraktivitás modell felhasználásával. Ideális esetben a rekonstrukcióból számított *SWD* értékek megegyeznek a GNSS-észlelésekből számított értékekkel. Mivel a méréseinket hibák terhelik, maradék ellentmondásokat tapasztalhatunk az eredeti és helyreállított értékek között. Ha ez az ellentmondás meghaladja a (17) egyenlettel meghatározott küszöb értékét, azt durva hibásnak tekintjük és eltávolítjuk. Az eltávolítást követően a tomografikus rekonstrukciót újra elvégezzük. Ezt mindaddig ismételjük, amíg nem marad durva hibával terhelt mérés.

A módszer sarkalatos pontja megtalálni a megfelelő  $t$  értéket, ahol a küszöb zenit irányban felveszi minimumát. Célszerűnek látszana a zenitirányú küszöbértéket a GNSS-feldolgozás során becsült *ZWD* értékek középhibája alapján felvenni. Ugyanakkor ismeretes, hogy a feldolgozószoftverek általában alul becslik a meghatározott paraméterek becslésének bizonytalanságait. Ezért egy másik módszert alkalmaztunk a  $t$  érték meghatározására. Rózsa et al. (2021) szerint az integrált vízgőztartalom GNSS alapon történő becslésének középhibája  $\sim \pm 1$  mm-nek adódik, ha azokat rádiószondás mérésekkel vesszük össze. Mivel a *ZWD/IWW* skálátényező értéke megközelítőleg 6,5, a *ZWD* értékek bizonytalanságára  $\sim 6,5$  mm adódik. Ennek megfelelően minimum küszöbértéknek 2 cm-t határoztunk a zenit irányában a  $3\sigma$  szabályt figyelembe véve.

A következő fejezetben egy esettanulmányban mutatjuk be az előbb részletezett számítási eljárásokat és rádiószondás adatok felhasználásával értékeljük az eljárás pontosságát.

## 4. Esettanulmány

Az eddigiekben bemutatott közel valós idejű GNSS-feldolgozó rendszert egy 87 GNSS-állomásból álló környezetben alkalmaztuk Közép-Európában (2. ábra). A tomografikus rekonstrukció eredményeinek validálásához az adatok gyűjtése és feldolgozása 2022. október 1. és 31. között történt.

A vizsgált tartomány Közép-Európában helyezkedik el, beleértve Magyarországot, Szlovákia területét, valamint Ukrajna és Románia nyugati részeit (7. ábra). A tomográfia során használt, előre definiált háromdimenziós rács határai a következők:

$$\varphi = 45,5^\circ; 46,2^\circ; 46,9^\circ; 47,6^\circ; 48,3^\circ; 49,0^\circ; 49,7^\circ$$

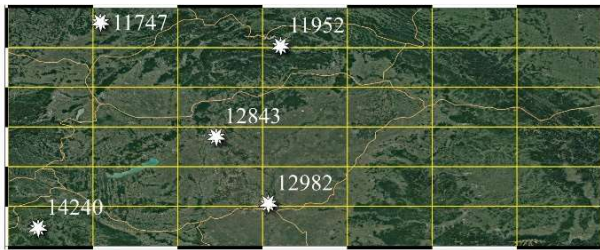
$$\lambda = 15,5^\circ; 17,0^\circ; 18,5^\circ; 20,0^\circ; 21,5^\circ; 23,0^\circ; 24,5^\circ; 26,0^\circ$$

$$h = 0 \text{ km}; 1 \text{ km}; 2 \text{ km}; 3 \text{ km}; 5,5 \text{ km}; 8 \text{ km}; 12 \text{ km}$$

A műholdirányú nedves késleltetés értékek (*SWD*) *ZWD* értékekből való kiszámítását követően, csupán azon értékeket vettük figyelembe, melyekhez tartozó sugarak  $10^\circ$ , vagy annál nagyobb magassági szög alatt látszanak, valamint a sugár a 3D rács tetején hagyja el a vizsgálandó területet.

Mivel a MART algoritmus megköveteli a nedves refraktivitás a priori értékét minden cella esetén, úgy döntöttünk, hogy erre a célra a rekonstrukciót megelőző budapesti (WMOID 12843)

rádiószonda-profilt használjuk. Így lehetőségünk van minden 12 órában újrainicializálni a rekonstrukciót.

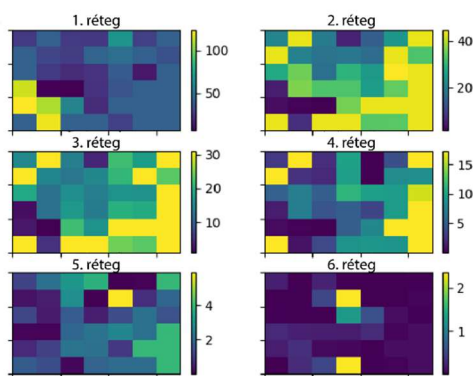


**7. ábra** A tomografikus rekonstrukcióhoz alkalmazott rácsháló és a validációhoz alkalmazott rádiószonda-állomások

Ezt követően elvégezhető a tomografikus rekonstrukció a 3. fejezetben leírtak szerint. Ehhez egy Python3 alapú szkriptet fejlesztettünk (<https://github.com/benceturak/GeoPack>). A szkriptet a vizsgált periódus minden órájában, közel valós időben futtatva megkaptuk a vizsgált terület nedves refraktivitás értékeit. A kapott eredményeket és azok validációját a következő fejezetben tárgyaljuk.

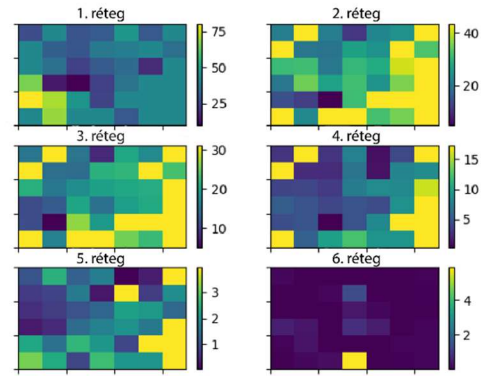
## 5. Eredmények

A vizsgált periódusban az általunk fejlesztett feldolgozórendszer futtatva minden órában kiszámítottuk a nedves refraktivitás értékeket a vizsgált terület egészére. Ezek eredményeit a 8. és 9. ábrán láthatjuk egyetlen epochára (2022.10.19 11:00 UTC). A két ábra rendre két különböző durva hiba szűrési eljárást (regresszió alapú, illetve küszöbérték alapú) alkalmazó feldolgozás eredményeit mutatja be.



**8. ábra** A 2022.10.19 11:00 UTC időpontban becsült nedves refraktivitás értékek (regresszió alapú durva hiba szűrés)

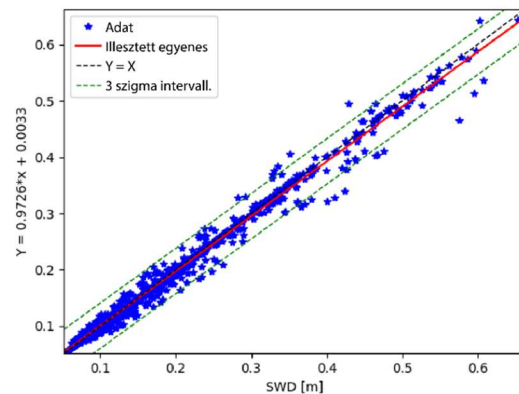
Az eredmények azt mutatják, hogy az előállított refraktivitás modellek a függőleges profilok mentén nagyságrendi egyezést mutatnak. Továbbá az is megfigyelhető, hogy a vizsgált tartomány szélein egyes cellák tökéletesen azonos értéket mutatnak. Ez annak köszönhető, hogy ezeken a területeken nincs GNSS-állomás, így ezeket a cellákat nem keresztezi egyetlen sugár sem. Ebből kifolyólag a MART algoritmus eredményül az a priori eredményeket adja vissza.



**9. ábra** A 2022.10.19 11:00 UTC időpontban becsült nedves refraktivitás értékek (küszöbérték alapú durva hiba szűrés)

Mivel a korábban bemutatott két durva hiba szűrési eljárást alkalmaztuk a tanulmány során, így lehetőségünk van ezek összehasonlítására is. Először a regresszió alapú szűrési eljárást mutatjuk be (10. ábra).

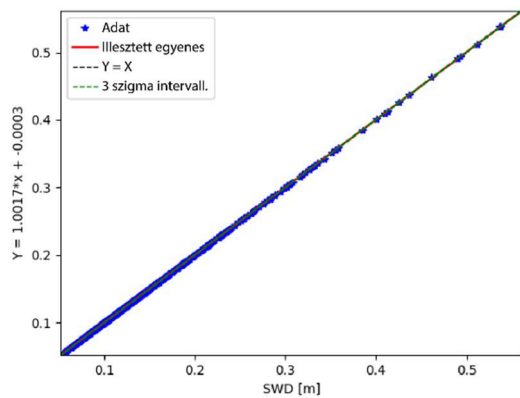
Az ábrán látható, hogy nagy számban fordulnak elő olyan értékek, melyek jelentős eltérést mutatnak a regressziós egyeneshez képest, így nem esnek bele a  $3\sigma$  tartományba. Ezeket durva hibásnak tekintjük, és az eltávolításukat követően a tomografikus rekonstrukciót újra elvégezzük. Az eredmények azt mutatják, hogy az összes kiugró érték eltávolítását követően a rekonstrukcióból származó SWD értékek jó egyezést mutatnak a GNSS-észlelésekből számított SWD értékekkel.



**10. ábra** Regresszió alapú durva hiba szűrés 2022.10.19 11:00 UTC (első iteráció)

A durva hiba szűrésből származó iterációs lépések száma különböző lehet minden epochában. Jelen példában 34 iterációs lépésre volt szükség az összes kiugró érték eltávolítására (11. ábra). Ez többek között annak köszönhető, hogy a módszer azonos megbízhatóságot feltételez minden egyes SWD értékre, nem tesz különbséget a magas, illetve alacsony magassági szög alatt látszó műholdak között. Ennek eredménye, hogy jelentős számú SWD érték kerül kiszűrésre, melyek nagy része a





11. ábra Regresszió alapú durva hiba szűrés 2022.10.19 11:00 UTC (utolsó iteráció)

horizonthoz közel helyezkedik el. Ezek jellemzően a regressziós egyenes felső részére kerülnek.

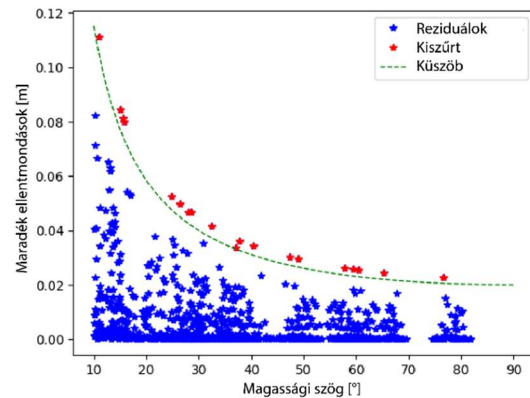
Az 1. táblázatban egy összegző statisztikát látunk a felhasznált és kiszűrt sugarak számáról a teljes vizsgált időszakban (regressziós módszer). A sugarak átlagos száma a szűrés előtt 922, szűrés után 690. Ez átlagosan a sugarak számának 26%-os eltávolítását jelenti. Ez megerősíti azt a feltételezésünket, hogy a regresszió alapú szűrés eljárás jelentős számú sugarat szűr ki, ezáltal csökkentve a modell redundanciáját.

Táblázat 1. Sugarak száma durva hiba szűrés előtt és után (regressziós módszer)

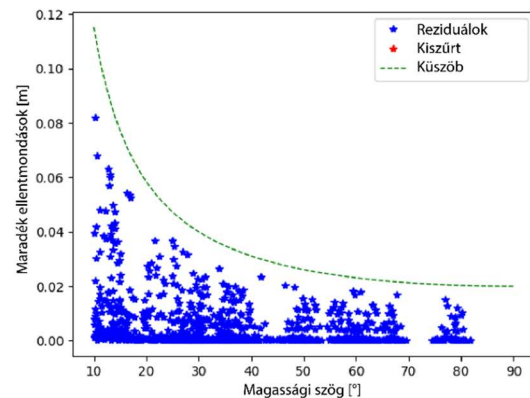
Sugarak száma	Szűrés előtt	Szűrés után	Arány [%]
Minimum	529	279	43
Maximum	1193	1073	97
Középérték	922	690	74

A teljes eljárást megismételtük a küszöbérték alapú durva hiba módszert alkalmazva. Ugyanazon epochában a maradék ellentmondások a 12. ábrán láthatók, a kiugró értékeket pirossal jelöltük. Egyértelműen látható, hogy jelentősen kevesebb kiugró értéket észleltünk a regresszió alapú szűréshez képest, ez nagyobb redundanciát biztosít a refraktivitás modell számára. Ezen felül kevesebb számú iteráció is elegendő az összes durva hibás érték kiszűrésére (ebben az epochában egy iteráció), mint a regresszió alapú szűrés esetén. Mivel második esetben a küszöb egy változatlan érték, azt vártuk, hogy minden esetben egyetlen iteráció elegendő a kiugró értékek szűrésére. Ezzel szemben, néhány esetben több lépésre is szükség van, mivel a refraktivitás modellünk változik az előbbieken detektált SWD értékek kiszűrésével. A maradék ellentmondások az utolsó iteráció után a 13. ábrán láthatók.

Az 2. táblázatban egy összegző statisztikát látunk a felhasznált és kiszűrt sugarak számáról a teljes vizsgált időszakban (küszöbérték alapú módszer). A sugarak átlagos száma a szűrés előtt 922, szűrés után 905. A kiszűrt sugarak aránya csupán 2%.



12. ábra Küszöbérték alapú durva hiba szűrés 2022.10.19 11:00 UTC (első iteráció)

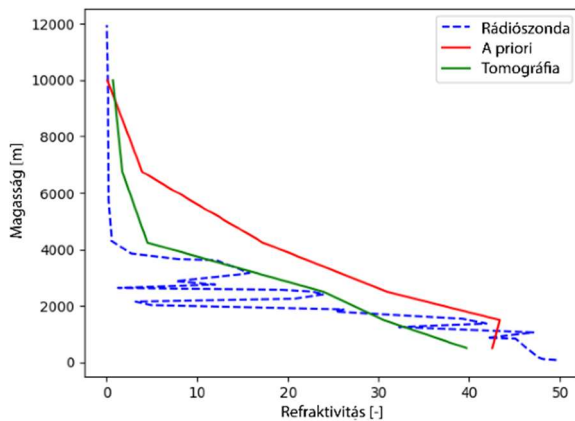


13. ábra Küszöbérték alapú durva hiba szűrés 2022.10.19 11:00 UTC (utolsó iteráció)

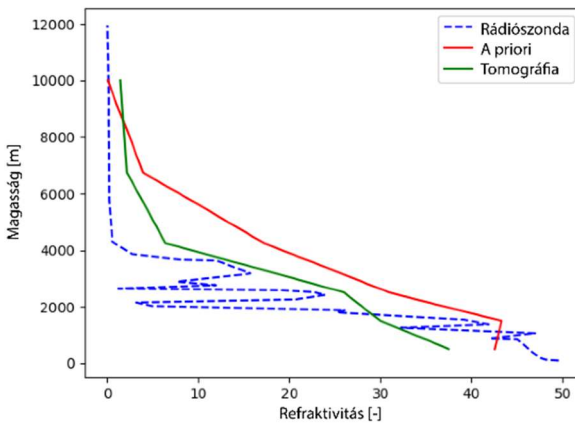
Táblázat 2. Sugarak száma durva hiba szűrés előtt és után (küszöbérték alapú módszer)

Sugarak száma	Szűrés előtt	Szűrés után	Arány[%]
Minimum	529	501	84
Maximum	1193	1191	100
Középérték	922	905	98

Az eredmények azt mutatják, hogy jelentős különbségek vannak a kiszűrt sugarak számát illetően regresszió alapú és a küszöbérték alapú módszerek között. Feltételezésünk az volt, hogy a kiszűrt sugarak számának ilyen mértékű különbsége hatással lesz a nedves refraktivitás modell megbízhatóságára. Ezen hatás tanulmányozására, elvégeztük a refraktivitás modell validálását rádiószonda-profilokkal (RS) való összehasonlítással. A vizsgált területen 5 rádiószonda állomás adatait használtuk fel (7. ábra). A rádiószonda méréseinek felhasználásával kiszámítottuk a nedves refraktivitás profilokat, majd ezeket összehasonlítottuk a nedves refraktivitás modellből származó profilokkal mindkét durva hiba szűrés eljárás alkalmazásának esetére. (14. és 15. ábra).



14. ábra Nedves refraktivitás profil WMOID: 12982 állomáson (Szeged) 2022.10.19 11:00 UTC (regressziós szűrés)

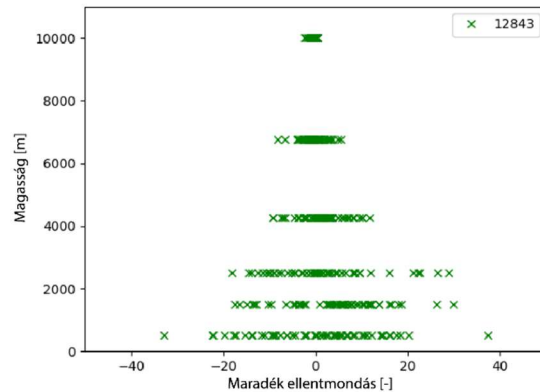


15. ábra Nedves refraktivitás profil WMOID: 12982 állomáson (Szeged) 2022.10.19 11:00 UTC (küszöbérték alapú szűrés)

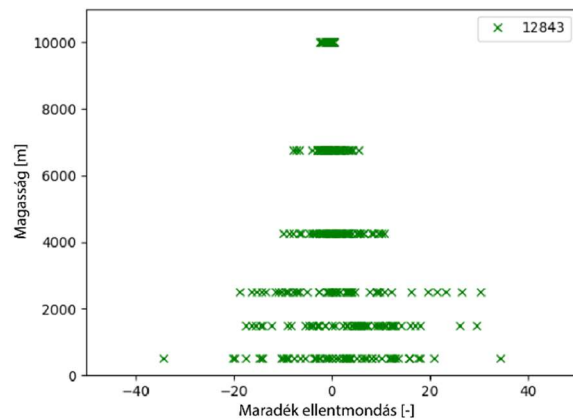
Fontos megjegyezni, hogy mivel a rekonstrukcióhoz szükséges a priori értékek is rádiószonda mérésekből származnak, biztosítani kellett az a priori értékek és validáláshoz felhasznált adatok függetlenségét. Míg a priori értéként a legutolsó elérhető rádiószonda profil adatait használtuk, a rekonstrukció eredményeinek ellenőrzéséhez minden esetben a rekonstrukció időpontjában végzett rádiószonda-méréseket használtuk fel. Ennek a következtében a validációt állomásonként csak naponta kétszer, 12 óránként volt lehetőségünk elvégezni. A 14. ábrán a 3D modellből származó, valamint rádiószonda-mérésből származó nedves refraktivitás profil látható Szeged rádiószonda-állomásnál (WMOID: 12982). A rekonstrukció során regressziós durva hiba szűrés eljárást alkalmaztunk. A 15. ábrán ugyanezen nedves refraktivitás profilokat láthatjuk, azonban a kiugró értékek szűrésére a küszöbérték alapú eljárást alkalmaztuk. Megfigyelhető, hogy a rekonstrukciót követően a nedves refraktivitás profil sokkal realisztikusabb képet ad, mint az a priori profil, a validálásra szolgáló profillal összehasonlítva. Ugyanakkor egy trendszerű alábecslés is megfigyelhető az alsóbb rétegekben. Ezt valószínűleg a modell alacsony vertikális felbontása okozza. Az

ideális felbontás kialakításához további vizsgálatok szükségesek.

Hogy átfogó képet kaphassunk a kapott eredmények megbízhatóságát illetően ez előző összehasonlítást elvégeztük az összes elérhető RS profil használatával a teljes vizsgált periódusban. A maradék ellentmondások Budapest (WMOID 12843) állomásra a 16. és 17. ábrán láthatók a magasság függvényében. Várakozásainknak megfelelően a középhibák a magasság növekedésével csökkennek.



16. ábra Maradék ellentmondások a budapesti RS állomáson (WMOID 12843) a teljes vizsgált időszakban (2022 október 1-31) (regressziós szűrés)



17. ábra Maradék ellentmondások a budapesti RS állomáson (WMOID 12843) a teljes vizsgált időszakban (2022 október 1-31) (küszöbérték alapú szűrés)

A számított maradék ellentmondásokról minden elérhető RS állomáson a 3. táblázat tartalmaz egy összefoglaló statisztikát. Ugyanezeket az eredményeket a 18. és 19. ábrán láthatjuk. Ezek alapján azt mondhatjuk, hogy trendszerű eltérés egyik esetben sem tapasztalható. Az is megfigyelhető, hogy refraktivitás modell bizonytalansága a földfelszínhez közeledve megnő. Ez ugyancsak megfelel a várakozásainknak, hiszen a vízpára jelentős része a troposzféra alsóbb rétegeiben található, ami megnehezíti a troposzféra modellezését a talajközeli rétegekben, a ritka tomografikus rácshálóknak köszönhetően. Az alacsonyabb

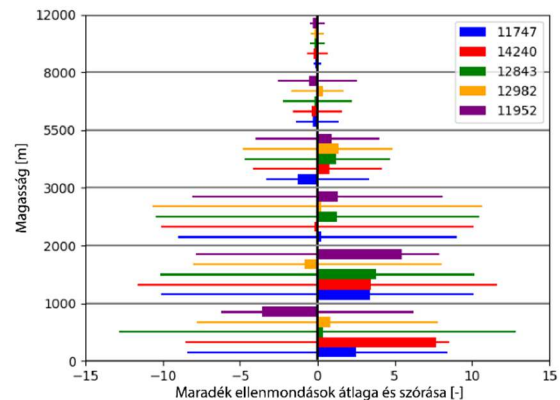
légköri rétegekben a bizonytalanság elérheti a 10 ppm-et, ami jó egyezést mutat Trzcina–Rohm (2019) eredményeivel, akik kimutatták, hogy a 2500 méterig a középhiba szezonálisan változva 5-10 ppm körül alakul.

**Táblázat 3.** A maradék ellentmondások statisztikai paraméterei az összes légköri rétegben minden RS állomáson, a két durvahiba szűrési eljárás esetén

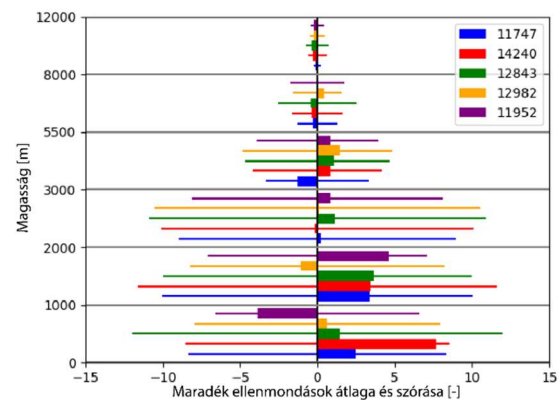
Állomás	Magasság [km]	Min		Max		Átlag		Szórás	
		Regresszió.	Küszöb	Regresszió	Küszöb	Regresszió	Küszöb	Regresszió	Küszöb
11747	0.5	-14.4	-14.0	20.1	20.1	2.5	2.5	8.4	8.4
	1.5	-12.9	-12.9	25.4	25.4	3.4	3.4	10.1	10.0
	2.5	-18.0	-17.7	19.5	19.5	0.2	0.3	9.0	8.9
	4.25	-6.9	-6.9	6.1	6.1	-1.2	-1.2	3.3	3.3
	6.75	-3.6	-3.6	2.4	2.1	-0.3	-0.3	1.4	1.3
	10	-0.7	-0.7	0.4	0.4	-0.1	-0.1	0.2	0.2
11952	0.5	-18.0	-18.2	11.6	11.7	-3.6	-3.9	6.3	6.6
	1.5	-15.2	-15.1	28.3	18.4	5.5	4.6	7.9	7.1
	2.5	-13.1	-13.4	21.7	21.7	1.3	0.8	8.1	8.1
	4.25	-11.0	-10.7	11.8	11.8	0.9	0.9	4.0	3.9
	6.75	-7.3	-4.6	4.4	4.2	-0.6	0.0	2.5	1.7
	10	-1.8	-1.4	0.4	0.4	-0.3	-0.2	0.5	0.4
12843	0.5	-32.8	-34.3	37.4	34.4	0.4	1.4	12.8	12.0
	1.5	-17.6	-17.5	29.9	29.4	3.8	3.6	10.2	10.0
	2.5	-18.2	-18.7	28.9	30.1	1.3	1.2	10.5	10.9
	4.25	-9.3	-10.0	11.7	10.6	1.2	1.1	4.7	4.7
	6.75	-6.6	-7.9	5.4	5.4	-0.2	-0.4	2.2	2.5
	10	-1.5	-2.5	0.5	0.5	-0.2	-0.4	0.5	0.7
12982	0.5	-16.6	-16.1	21.4	21.3	0.9	0.6	7.8	7.9
	1.5	-20.7	-20.9	19.8	19.8	-0.9	-1.1	8.1	8.2
	2.5	-21.0	-20.7	29.8	28.9	0.3	0.1	10.6	10.5
	4.25	-11.2	-11.0	11.0	12.4	1.4	1.4	4.9	4.8
	6.75	-3.2	-3.3	4.1	4.0	0.4	0.4	1.7	1.6
	10	-1.3	-1.5	0.7	0.7	-0.2	-0.2	0.4	0.5
14240	0.5	-14.6	-14.6	27.5	27.5	7.7	7.7	8.6	8.6
	1.5	-11.5	-11.5	29.9	29.9	3.4	3.4	11.6	11.6
	2.5	-17.7	-17.7	25.6	25.6	-0.2	-0.2	10.1	10.1
	4.25	-6.3	-6.3	10.7	10.8	0.8	0.8	4.1	4.1
	6.75	-3.9	-3.9	3.7	3.6	-0.4	-0.4	1.6	1.6
	10	-2.1	-2.1	0.8	0.8	-0.3	-0.3	0.6	0.6

Összehasonlítva a két durva hiba szűrési eljárással kapott eredményeket, látható, hogy csupán kisebb különbségek

adódnak a bizonytalanságokat illetően. Néhány állomás és légköri réteg esetén a regresszió alapú szűrési eljárás jobb eredményt biztosított, mint a küszöbérték alapú szűrés, viszont alapvetően elmondható, hogy mindkét módszer alkalmas a nedves refraktivitás becslésére, azonos megbízhatósági szint mellett. Azonban a küszöbérték alapú eljárás jelentősen alacsonyabb számú sugarat szűr ki az eljárás során, ezzel csökkentve az átmenő sugár nélküli cellák számát. Ennek következtében a küszöbérték alapú eljárást javasoljuk a durva hibás SWD értékek kiszűrésére.



**18. ábra** Maradék ellentmondások átlaga (sáv) és szórása (vonal) az egyes troposzférikus rétegekben a teljes vizsgált időszakban (2022. október 1-31) (regressziós szűrés)



**19. ábra** Maradék ellentmondások átlaga (sáv) és szórása (vonal) az egyes troposzférikus rétegekben a teljes vizsgált időszakban (2022. október 1-31) (küszöbérték alapú szűrés)

## 6. Összefoglalás

Kifejlesztésre került egy közel valós idejű GNSS-feldolgozórendszer a troposzférikus késleltetések számítására a Kárpát-medence területére. A műholdirányú nedves késleltetéseket használva, tomografikus rekonstrukció segítségével elvégeztük a troposzféra nedves refraktivitás modelljének előállítását az előbb említett területre.

A kiugró értékek hatásának minimalizálása érdekében, két különböző durva hiba szűrés eljárását is felhasználtunk a rekonstrukció során. Az egyik regresszió alapon szűri a kiugró SWD értékeket a kapott refraktivitás modell javítása érdekében. A másik egy előre definiált küszöbértéket alkalmaz a durva hibák szűrésére, mely figyelembe veszi az egyes műholdak magassági szögét és annak hatását az SWD értékek megbízhatóságára. Mindkét módszer alkalmazásra került és a kapott eredmények pontosságát rádiószonda-profilok segítségével ellenőriztük.

Az eredmények azt mutatják, hogy az általunk alkalmazott módszer alkalmas a nedves refraktivitás modell rekonstrukciójára. A rádiószondával történő validálás során trendszerű eltérés nem került kimutatásra. A refraktivitás modell bizonytalansága elérte a 10 ppm értéket 3 km magasságig, míg a magasabb légköri rétegekben ez az érték 0,3 ppm körül alakult. Ez jó egyezést mutat Trzcina–Rohm (2019) eredményeivel.

Bár a rádiószondával való összehasonlítás során mindkét módszer hasonló eredményeket hozott, a regresszió alapú szűrés átlagosan a sugarak 26%-át durva hibás értéként azonosította. Ezzel szemben a küszöbérték alapú eljárás csupán a sugarak 2%-át azonosította durva hibásként. Mivel a GNSS-tomográfiai módszer érzékeny az áthaladó sugarak számára, a magassági szögtől függő szűrés eljárását javasoljuk a durva hibás értékek kiszűrésére, ezzel csökkentve az átmenő sugár nélküli cellák számát.

A Python 3 nyelven fejlesztett algoritmust könnyedén alkalmazhatjuk közel valós idejű feldolgozó rendszerekben. Ezt szemlélteti a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Általános- és Felsőgeodézia Tanszékén üzemeltetett GNSS-meteorológia weboldal (<https://gpsmet.agt.bme.hu>), amelyen közel valós időben elérhetők az eddigiekben bemutatott feldolgozórendszerrel előállított naprakész eredmények.

Meg kell jegyeznünk, hogy a tomografikus úton meghatározott nedves refraktivitás modell a légköri hőmérséklet profil ismeretében jól használható vízgőzsűrűség modellek előállítására. Az említett weboldalon egy olyan megoldást publikálunk, ahol a budapesti rádiószondás észlelésekből meghatározott vertikális hőmérsékletprofil felhasználásával a vízgőzsűrűség profilt is előállítjuk. Ezen eljárás tovább finomítható numerikus időjárás modellek felhasználásával.

## Köszönetnyilvánítás

A bemutatott kutatás a BME-NVA-02 számú projekt részeként az Innovációs és Technológiai Minisztérium Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Alapból nyújtott támogatással, a TKP2021 pályázati program finanszírozásában valósult meg.

## Irodalomjegyzék

Balázs, G. L. – Czoboly, O. – Lublós, É. – Kapitány, K. – Barsi, Á. 2017. Observation of steel fibres in concrete with Computed Tomography. *Construction and Building Materials*, 140, 534–541. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2017.02.114>

- Bender, M. – Dick, G. – Ge, M. – Deng, Z. – Wickert, J. – Kahle, H. G. – Raabe, A. – Tetzlaff, G. 2011. Development of a GNSS water vapour tomography system using algebraic reconstruction techniques. *Advances in Space Research*, 47(10), 1704–1720. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2010.05.034>
- Bevis, M. – Businger, S. – Herring, T. A. – Rocken, C. – Anthes, R. A. – Ware, R. H. 1992. GPS meteorology: remote sensing of atmospheric water vapor using the global positioning system. *Journal of Geophysical Research*, 97, 787–801. <https://doi.org/10.1029/92jd01517>
- Boehm, J. – Werl, B. – Schuh, H. 2006. Troposphere mapping functions for GPS and very long baseline interferometry from European Centre for Medium-Range Weather Forecasts operational analysis data. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 111(2), 1–9. <https://doi.org/10.1029/2005JB003629>
- Colman, R. 2003. A comparison of climate feedbacks in general circulation models. *Climate Dynamics*, 20(7–8), 865–873. <https://doi.org/10.1007/s00382-003-0310-z>
- Colman, R. A. 2015. Climate radiative feedbacks and adjustments at the Earth's surface. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 120(8), 3173–3182. <https://doi.org/10.1002/2014JD022896>
- Dach, R. – Lutz, S. – Walser, P. – Fridez, P. 2015. *Bernese GNSS Software Version 5.2 User manual*. <https://doi.org/10.7892/boris.72297>
- Dow, J. M. – Neilan, R. E. – Rizos, C. 2009. The International GNSS Service in a changing landscape of Global Navigation Satellite Systems. *Journal of Geodesy*, 83, Issues 3–4, 191–198, Springer Verlag. <https://doi.org/10.1007/s00190-008-0300-3>
- Flores, A. – Ruffini, G. – Rius, A. 2000. 4D tropospheric tomography using GPS slant wet delays. *Annales Geophysicae*, 18, 223–234. <https://doi.org/10.1007/s00585-000-0223-7>
- Horváth, T. – Viengdavanh, R. – Rózsa, Sz 2014. Négydimenziós vízgőzmodellek előállítása GNSS tomográfiával. *Geomatikai Közlemények*, 17, 69–78. [http://geomatika.ggki.hu/kozlemenyek/public/files/homepage/GK\\_XVII\\_1\\_honlap.pdf#page=19](http://geomatika.ggki.hu/kozlemenyek/public/files/homepage/GK_XVII_1_honlap.pdf#page=19)
- Juni, I. – Rózsa, S. 2018. Developing a global model for the conversion of zenith wet tropospheric delays to integrated water vapour. *Acta Geodaetica et Geophysica*, 53(2), 259–274. <https://doi.org/10.1007/s40328-018-0215-2>
- Juni, I. – Rózsa, S. 2019. Validation of a new model for the estimation of residual tropospheric delay error under extreme weather conditions. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 63(1), 121–129. <https://doi.org/10.3311/PPci.12132>
- Juni, I. – Rózsa, S. – Laky, P. 2022. A légkör fizikai állapotához illesztett leképezési függvények számítása a GNSS-mérések troposzférikus hatásainak csökkentésére. *Geodézia és Kartográfia*, 74(2), 4–11. <https://doi.org/10.30921/GK.74.2022.2.1>
- Lo, T.-W. – Nafi Toksoz, M. – Xu, S.-H. – Wu, R.-S. 1988. Ultrasonic laboratory tests of geophysical tomographic reconstruction. *GEOPHYSICS*, 53(7), 947–956. <http://library.seg.org/>
- Lublós, É. – Ambrus, D. – Kapitány, K. – Barsi, Á. 2015. Air Void distribution of asphalts determined by computed tomography.

- Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 59(4), 503–510. <https://doi.org/10.3311/PPci.7608>
- Lutz, S. – Beutler, G. – Schaer, S. – Dach, R. – Jäggi, A. 2014. CODE's new ultra-rapid orbit and ERP products for the IGS. *GPS Solutions*, 20(2), 239–250. <https://doi.org/10.1007/s10291-014-0432-2>
- Mile, M. – Benáček, P. – Rózsa, S. 2019. The use of GNSS zenith total delays in operational AROME/Hungary 3D-Var over a central European domain. *Atmospheric Measurement Techniques*, 12(3), 1569–1579. <https://doi.org/10.5194/amt-12-1569-2019>
- Niell, A. E. 1996. Global mapping functions for the atmosphere delay at radio wavelengths. *Journal of Geophysical Research*, 101(B2), 3227–3246. <https://doi.org/10.1029/95jb03048>
- Nolet, G. 1987. *Seismic tomography*. D. Reidel Publishing Company. <https://doi.org/10.1007/978-94-009-3899-1>
- Oki, T. – Entekhabi, D. – Harrold, T. I. 2004. The global water cycle. *Geophysical Monograph Series*, 150, 225–237. <https://doi.org/10.1029/150GM18>
- Paláncz, B. – Völgyesi, L. 2020. A numeric-symbolic solution of GNSS phase ambiguity. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 64(1), 223–230. <https://doi.org/10.3311/PPci.15092>
- Peep, M. – Rannat, K. – Peep, U. 2008. Simulated studies of water vapour tomography. *WSEAS TRANSACTIONS ON ENVIRONMENT AND DEVELOPMENT*, 4(3), 181–190. <http://www.wseas.us/e-library/transactions/environment/2008/25-861N.pdf>
- Qiu, C. – Wang, X. – Li, Z. – Zhang, S. – Li, H. – Zhang, J. – Yuan, H. 2020. The performance of different mapping functions and gradient models in the determination of slant tropospheric delay. *Remote Sensing*, 12(1). <https://doi.org/10.3390/RS12010130>
- re3data.org: VMF Data Server; editing status 2020-12-14*. 2020. Re3data.Org - Registry of Research Data Repositories. <https://doi.org/10.17616/R3RD2H>
- Rózsa, S. 2014a. Modelling tropospheric delays using the global surface meteorological parameter model GPT2. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 58(4), 301–308. <https://doi.org/10.3311/PPci.7267>
- Rózsa, S. 2014b. Uncertainty Considerations for the Comparison of Water Vapour Derived from Radiosondes and GNSS. *Earth on the Edge: Science for a Sustainable Planet*, pp. 65–78. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-37222-3\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-642-37222-3_9)
- Rózsa, S. – Weidinger, T. – Gyöngyösi, A. Z. – Kenyeres, A. 2012. The role of GNSS infrastructure in the monitoring of atmospheric water vapor. *Időjárás*, 116, 1–20. <https://www.researchgate.net/publication/259784357>
- Rózsa, S. – Ambrus, B. – Juni, I., Ober, P. B., & Mile, M. 2020. An advanced residual error model for tropospheric delay estimation. *GPS Solutions*, 24(4). <https://doi.org/10.1007/s10291-020-01017-7>
- Rózsa, S. – Khaldi, A. – Ács, Á. – & Turák, B. 2021. Multi-GNSS near real-time precipitable water vapour estimation for severe weather prediction. *Buletin Stiintific al Universitatii de Nord Baia Mare Seria D Exploatari Miniere, Prepararea Substantelor Minerale Utile, Metalurgie Neferoasa, Geologie Si Ingineria Mediului*, 35(2), 777–786.
- Saastamoinen, J. 1972. Part I. Astronomical Refraction Derivation of General Formula for Astronomical Refraction. *Bulletin Géodésique*, 105, 279–298.
- Saastamoinen, J. 1973. Part II. Refraction Corrections in Satellite Geodesy. *Bulletin Géodésique*, 107, 13–34. <https://doi.org/10.1007/BF02522083>
- Smith, E. K. – Weintraub, S. 1953. The Constants in the Equation for Atmospheric Refractive Index at Radio Frequencies\*. *Trans. Amer. Geoph. Un.*, 41(8), 1035–1037.
- Teunissen, P. J. G. 1995. The least-squares ambiguity decorrelation adjustment: method for fast GPS integer ambiguity estimation. *Journal of Geodesy*, 70, 65–82. <https://doi.org/10.1007/BF00863419>
- Teunissen, P. J. G. – Montenbruck, O. 2017. *Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems*. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-42928-1>
- Tong, L. – Zhang, K. – Li, H. – Wang, X. – Ding, N. – Shi, J. – Zhu, D. – Wu, S. 2022. An Investigation of Near Real-Time Water Vapor Tomography Modeling Using Multi-Source Data. *Atmosphere*, 13(5), 1–17. <https://doi.org/10.3390/atmos13050752>
- Trzcina, E. – Hanna, N. – Kryza, M. – Rohm, W. 2020. TOMOREF Operator for Assimilation of GNSS Tomography Wet Refractivity Fields in WRF DA System. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 125(17). <https://doi.org/10.1029/2020JD032451>
- Trzcina, E. – Rohm, W. 2019. Estimation of 3D wet refractivity by tomography, combining GNSS and NWP data: First results from assimilation of wet refractivity into NWP. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 145(720), 1034–1051. <https://doi.org/10.1002/qj.3475>
- Valyon, J. – Horváth, G. 2007. Extended Least Squares LS – SVM. *International Journal of Computational Intelligence*, 3(3), 234–242. <https://doi.org/10.5281/zenodo.1071696>
- Wang, H. – He, J. – Wei, M. – Zhang, Z. 2015. Synthesis analysis of one severe convection precipitation event in Jiangsu using ground-based GPS technology. *Atmosphere*, 6, 908–927. <https://doi.org/10.3390/atmos6070908>
- Yao, Y. – Shan, L. – Zhao, Q. 2017. Establishing a method of short-term rainfall forecasting based on GNSS-derived PWV and its application. *Scientific Reports*, 7(1), 1–11. <https://doi.org/10.1038/s41598-017-12593-z>
- Zhang, Q. – Ye, J. – Zhang, S. – Han, F. 2018. Precipitable Water Vapor Retrieval and Analysis by Multiple Data Sources: Ground-Based GNSS, Radio Occultation, Radiosonde, Microwave Satellite, and NWP Reanalysis Data. *Journal of Sensors*, 1–13. <https://doi.org/10.1155/2018/3428303>

# GEODÉZIA ÉS KARTOGRÁFIA az Interneten

Lapunk 2024-es lapszámai már az  
Interneten is olvashatók!

Látogasson meg minket a

<https://ojs.elte.hu/geodeziaeskartografia>

oldalon!

Hirdessen a

# GEODÉZIA ÉS KARTOGRÁFIA oldalain!

egész oldalas: 75.000 Ft+ÁFA

1/2 oldalas: 50.000 Ft+ÁFA

1/4 oldalas: 30.000 Ft+ÁFA

Hirdetését leadhatja az az alábbi e-mail  
címen:

[mftt.titkarsag@gmail.com](mailto:mftt.titkarsag@gmail.com)



**Szerez **földmérő** mesterdiplomát a BME-n!**

**2025-ben először **levelező** képzésben is!**

**Állami ösztöndíjjal támogatott!**

[www.felvi.bme.hu](http://www.felvi.bme.hu)